Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Dr. Jens Ernst

WS 2003/2004
Mittelklausur
12. Dezember 2003

Grundlegende Algorithmen

Es sind 5 Aufgaben zu bearbeiten und maximal 40 Punkte erreichbar. Bitte schreiben Sie nicht mit roter oder grüner Farbe und beschreiben Sie nur die ausgeteilten Arbeitsblätter. Die Arbeitszeit beträgt 90 Minuten.

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen, wobei "ln" den natürlichen Logarithmus bezeichnet:

(a) $\sqrt{\ln n} = o(\ln(\sqrt{n}))$

(b) $\ln(n \ln n) = \omega(\log_2 n + \log_2(\log_2 n))$

(c) $(\ln n)^{\ln n}$ ist superpolynomiell in n

(d) $n^{\ln n}$ ist subexponentiell in n

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Geben Sie ein RAM-Programm an, das die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}_0$ mit $f(n) := \lfloor \log_2 n \rfloor$ berechnet. Hierbei gilt die übliche Konvention, daß zu Beginn der Ausführung das Argument n in Register `c(1)` steht (wobei $n > 0$ garantiert ist), während alle übrigen Register den Wert 0 haben. Das Resultat $f(n)$ soll am Ende ebenfalls in Register `c(1)` stehen.
Begründen Sie kurz Ihr Vorgehen, wobei Sie Resultate aus der Vorlesung verwenden dürfen.

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Geben Sie einen Algorithmus an, der die in einem binären Suchbaum gespeicherten Schlüssel in aufsteigend sortierter Reihenfolge ausgibt. Die Laufzeit soll linear in der Anzahl der Knoten des Baums sein. Der Baum sei durch einen Pointer auf die Wurzel gegeben, und an jedem Knoten seien Pointer auf dessen Kind(er) gespeichert.

— **Bitte wenden !** —

Aufgabe 4 (10 Punkte)

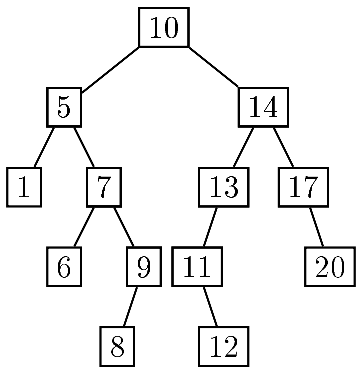
Für Heaps, in denen paarweise verschiedene, ganzzahlige Schlüsselwerte gespeichert sind, soll eine neue Operation `increase_min` eingeführt werden, die den minimalen Schlüsselwert eines Heaps h um den nichtnegativen Wert d erhöht und sicherstellt, daß die Heapbedingung am Ende wieder erfüllt ist. (Die Heapbedingung verlangt für jeden Knoten v des Heaps, daß die Schlüssel der Kinder von v nicht kleiner sind als der Schlüssel von v.) Es sei h als Baum implementiert und durch einen Pointer auf die Wurzel gegeben. An jedem Knoten seien Pointer auf dessen Kind(er) gespeichert.

(a) Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus an, der diese Operation realisiert. Die Heap-Operationen aus der Vorlesung (d.h. `create_heap`, `delete_min` und `reheap`) dürfen nicht explizit verwendet werden.

(b) Geben Sie eine möglichst gute obere Schranke (in Landau-Notation) für die Anzahl der Schritte in Abhängigkeit von der Anzahl der Elemente im Heap an. Begründen Sie Ihre Aussage.

Aufgabe 5 (6 Punkte)

Gegeben sei der folgende binäre Suchbaum t.



Beschreiben Sie kurz, was bei der Ausführung der Operation `delete(10)` geschieht, und geben Sie an, wie t nach Ausführung dieser Operation aussieht.