Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Dr. Jens Ernst

WS 2003/2004
Übungsblatt 1
29. Oktober 2003

Grundlegende Algorithmen

Letzter Abgabetermin: Freitag, 31. Oktober 2003 (nach der Vorlesung)

Aufgabe 1

Beweisen Sie, dass für alle $n \in N$ folgende Beziehungen gelten:

a) $a_n := \sum_{v=1}^{n} v2^v = (n-1)2^{n+1} + 2$

b) $b_n := 5^n - 1$ ist durch 4 teilbar.

Aufgabe 2

Es sei f_n die Folge der Fibonacci-Zahlen. Ferner seien $a := \frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$ und $b := \frac{1}{2}(1-\sqrt{5})$. Beweisen Sie, daß für alle $n \in N$ gilt:

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}}(a^n - b^n)$$

Aufgabe 3

Schreiben Sie ein RAM-Programm, das auf die Eingabe n den Wert der n-ten Fibonacci-Zahl f_n berechnet.

Aufgabe 4

Sei der Zeitbedarf (in Mikrosekunden) verschiedener Algorithmen für ein Problem bei Eingaben der Größe n gegeben durch

a) $\lceil \log n \rceil$;
b) $\lceil \log^2 n \rceil$;
c) n;
d) $n \log n$;
e) n^2;
f) n^3;
g) 2^n.

Bestimmen Sie für jeden der Algorithmen die maximale Problemgröße, die in einer Rechenzeit von 1 Sekunde, 1 Minute, 1 Stunde, 1 Tag bzw. 1 Jahr bewältigt werden kann. Wie ändern sich diese Werte, falls sich (durch technologischen Fortschritt) die Rechengeschwindigkeit verzehnfacht?

Lesetip

Zur Vorbereitung auf spätere Programmieraufgaben, lesen Sie die Kapitel 1,2,3 aus dem Buch *The C Programming Language (2nd Edition)* von Brian W. Kernighan & Dennis Ritchie, Prentice Hall Verlag.