Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Dr. Jens Ernst

WS 2003/2004
Übungsblatt 10
9. Januar 2004

Grundlegende Algorithmen

Letzter Abgabetermin: Freitag, 16. Januar 2004 (nach der Vorlesung)

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Wir definieren eine zu AVL-Bäumen verwandte Datenstruktur, die sich von AVL-Bäumen nur in der Balancierungsbedingung unterscheidet. Es soll nun gelten: Die Höhen der beiden Teilbäume jedes Knotens unterscheiden sich höchstens um den Wert 2. Geben Sie die Rekursionsgleichung an, mit der man die minimale Knotenzahl bei vorgegebener Höhe bestimmen kann.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Formulieren Sie einen Algorithmus für die `delete`-Operation bei (a, b)-Bäumen, der beim Unterschreiten des minimalen Knotengrades b an einem Knoten v (nicht Wurzel) eine Rebalancierung ausführt, ohne den Knoten v mit einem Bruder zu verschmelzen.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Geben Sie eine möglichst scharfe untere und obere Schranke für die Anzahl der Kanten in einem zusammenhängenden ungerichteten (bzw. gerichteten Graphen) an. Was ändert sich, wenn Schleifen verboten sind? Beweisen Sie Ihre Behauptungen. Welche spezielle Eigenschaft hat ein kantenminimaler ungerichteter Graph?

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Zeigen Sie, daß für jeden gerichteten Graphen $G = (V, E)$ gilt:

$$|E| = \sum_{v \in V} d^+(v) = \sum_{v \in V} d^-(v) = \frac{1}{2} \sum_{v \in V} d(v).$$