Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Dr. Jens Ernst

WS 2003/2004
Übungsblatt 2
31. Oktober 2003

Grundlegende Algorithmen

Letzter Abgabetermin: Freitag, 7. November 2003 (nach der Vorlesung)

Aufgabe 1

Für zwei Funktionen $f, g : \mathbf{N} \to \mathbf{R}^+$ gelte $g = O(f)$. Was kann man in diesem Fall über den Grenzwert

$$\lim_{n\to\infty} \frac{g(n)}{f(n)}$$

aussagen? Beweisen Sie Ihre Behauptung. Ist die von Ihnen angegebene Eigenschaft des Grenzwerts eine *hinreichende* Bedingung für $g = O(f)$? Begründen Sie auch diese Antwort.

Aufgabe 2

Beweisen Sie die folgenden (sehr wichtigen) Implikationen:

a) $g = o(f) \Rightarrow g = O(f)$
b) $g = \omega(f) \Rightarrow g = \Omega(f)$
c) $g = \Omega(f) \Leftrightarrow f = O(g)$
d) $g = \Theta(f) \Leftrightarrow f = O(g) \wedge g = O(f)$
e) $g = o(f) \Rightarrow g \neq \Omega(f)$
f) $g = \omega(f) \Rightarrow g \neq O(f)$

Achten Sie bei den Äquivalenzaussagen ("$\Leftrightarrow$") darauf, beide Richtungen zu beweisen. Gilt für die Implikationen a),b),e),f) auch die Umkehrung?

Aufgabe 3

Geben Sie mit Hilfe der Landau-Symbole die Beziehungen zwischen den Funktionen in der unten abgebildeten Tabelle an. Im Feld in Spalte f und Zeile g soll eine Beziehung der Form Φ stehen, so daß $g = \Phi(f)$ und $\Phi \in \{o, O, \omega, \Omega, \Theta\}$. Dabei ist jeweils eine möglichst genaue Aussage zu treffen (z.B. Θ statt O, wenn möglich).

	$n\log(n)$	n	$n\log\log(n)$	$n^{1.1}$	$n(\log n)^2$	$n\sqrt{n}$
$n\log(n)$						
n						
$n\log\log(n)$						
$n^{1.1}$						
$n(\log n)^2$						
$n\sqrt{n}$						

Aufgabe 4

Zeigen Sie, daß für jedes $k \in \mathbf{N}$ und jedes $\varepsilon \in \mathbf{R}^+$ gilt:

$$(\log n)^k = o(n^\varepsilon).$$

Lesetip:

Zur Vorbereitung auf spätere Programmieraufgaben lesen Sie bitte Kapitel 4 aus dem Buch *The C Programming Language (2nd Edition)* von Brian W. Kernighan & Dennis Ritchie, Prentice Hall Verlag.