Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Dr. Jens Ernst

WS 2003/2004
Übungsblatt 8
12. Dezember 2003

Grundlegende Algorithmen

Letzter Abgabetermin: Freitag, 19. Dezember 2003 (nach der Vorlesung)

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Beweisen Sie, daß ein AVL-Baum der Höhe h mindestens $\mathrm{fib}(h+3)-1$ und maximal $2^{h+1}-1$ Knoten besitzt. (*Hinweis: Für die Abschätzung nach unten verwende man Induktion.*)

Aufgabe 2 (5 Punkte)

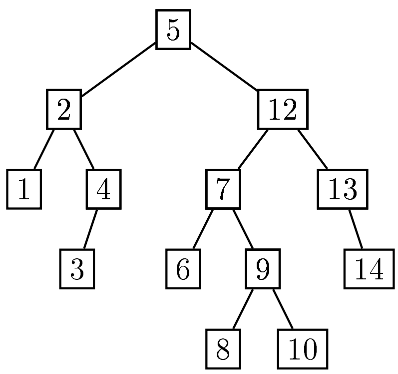
Geben Sie einen AVL-Baum der Höhe 5 an, der minimal viele Knoten enthält. Als Schlüssel können beliebige natürliche Zahlen gewählt werden.

Aufgabe 3 (15 Punkte)

In der Vorlesung wurden für die `insert`-Operation auf AVL-Bäumen zwei Problemfälle angegeben, in denen die Balance gewisser Knoten nach der Einfügung des neuen Blatts nicht mehr im zulässigen Bereich $\{-1, 0, 1\}$ liegt. Die beiden Fälle erfordern eine Einfach- bzw. Doppelrotation zur Rebalancierung. Zeigen Sie, daß alle bei `insert` möglichen Problemsituationen per Symmetrie auf diese beiden Fälle zurückgeführt werden können.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben sei folgender AVL-Baum:



Es soll die Operation `insert(11)` auf diesen Baum angewendet werden. Geben Sie die Balancen aller Knoten vor der Operation, unmittelbar vor der Rebalancierung sowie nach der Rebalancierung an, und zeigen Sie schrittweise, wie sich dieser Baum während der Ausführung ändert.