Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Dr. Jens Ernst

WS 2003/2004
Übungsblatt 9
26. Dezember 2003

Grundlegende Algorithmen

Letzter Abgabetermin: Freitag, den 9. Januar 2004 (nach der Vorlesung)

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Die Operationen `insert` und `delete` auf AVL-Bäumen erfordern eine Rebalancierung (bestehend aus Einzel- und Doppelrotationen), um die AVL-Bedingung zu erhalten. Geben Sie an, wieviele Rotationsschritte jeweils im worst case nötig sind, und begründen Sie Ihre Antwort. Zeigen Sie jeweils ein worst-case-Beispiel, in dem der betreffende AVL-Baum mindestens die Höhe 5 hat, und begründen Sie die worst-case-Eigenschaft des Beispiels.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Geben Sie den AVL-Baum an, der entsteht, wenn man, ausgehend von einem leeren Baum, die Schlüssel 1 bis 20 in aufsteigender Reihenfolge einfügt.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Wir führen eine neue Datenstruktur namens "AVL-Heap" ein. Das ist ein Binärbaum, der sowohl die AVL-Bedingung zur Höhenbalancierung als auch die Heapbedingung (– aufgrund derer die Wurzel einen minimalen Schlüssel besitzt –) erfüllt. Dieser Baum ist allerdings kein binärer Suchbaum mehr. Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus für die Realisierung der Operation `is_element` und eine Abschätzung der worst-case-Komplexität an. Begründen Sie, warum Ihr Algorithmus im worst case optimal ist.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Zeigen Sie, daß für einen (a, b)-Baum mit n Blättern und Höhe h gilt:

(i) $2a^{h-1} \leq n \leq b^h$

(ii) $\log_b n \leq h \leq \log_a \frac{n}{2} + 1$