Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

SS 2004
Übungsblatt 2
7. Mai 2004

Diskrete Strukturen II

Aufgabe 1

Eine Urne enthält N Bälle - rote und blaue. Fünf Bälle werden ohne Zurücklegen aus der Urne entnommen. Dabei beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass alle entnommenen Bälle blau sind, genau 1/2. Wie groß ist N mindestens? (Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass es keine Lösung zum Problem gibt, die weniger rote Kugeln beinhaltet als die optimale.)

Aufgabe 2

Die folgende Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeit $Pr[k]$ an, dass eine Familie k Kinder hat (wir vernachlässigen die Wahrscheinlichkeit höherer Kinderzahlen).

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Pr[k]$	0.3	0.2	0.2	0.13	0.09	0.04	0.025	0.01	0.004	0.001

Wenn Jungen- und Mädchengeburten gleich wahrscheinlich sind, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Junge mindestens eine Schwester hat?

Aufgabe 3

Für alle $\omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_n\} \in \Omega = \{0,1\}^n$ mit $n \geq 2$ sei $Pr[\omega] = 2^{-n}$. Gegeben die Ereignisse $A_i := \{\omega \in \Omega \mid \omega_i = 1\}$ und $B := \{\omega \in \Omega \mid \sum_i \omega_i \text{ ist ungerade}\}$ sowie die Familien

$$F_1 = \{A_1, \ldots, A_n, B\} \qquad F_2 = \{A_1, \ldots, A_n\} \qquad F_3 = \{A_2, \ldots, A_n, B\},$$

welche dieser Familien sind unabhängig?

Aufgabe 4

Ein Würfel sei mit den Zahlen $\{0, \ldots, 5\}$ beschriftet. Wir würden mit ihm gerne Zufallszahlen erzeugen, leider ist er jedoch schon so abgenutzt, dass die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Zahlen nicht mehr gleichverteilt sind. Genauer ist für $k \in \{0, \ldots, 5\}$ die Wahrscheinlichkeit $Pr[k] = 1/6 + \epsilon_k$ mit $|\epsilon_k| < 1/12$. Wir wollen aber partout nicht aufgeben und den Würfel zum Erzeugen von Zufallszahlen verwenden! Daher würfeln wir mehrmals und hoffen, dass hierdurch die Fehler des Würfels ausgeglichen werden. Zeigen Sie, dass man die maximale Abweichung von der Gleichverteilung mindestens halbiert, wenn man *ein* Wurfergebnis dadurch ermittelt, dass man zweimal würfelt und die Augensumme modulo sechs als Ergebnis angibt.