Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

SS 2004
Übungsblatt 6
28. Mai 2004

Diskrete Strukturen II

Aufgabe 1

Die hungrige Wüstenmonsterspinne benötigt sehr viele Kalorien! Daher muss sie innerhalb der nächsten 10 Stunden 500 Fliegen fangen. Genau 100 Fliegen passieren ihr Nest pro Stunde, davon sind 60 klein und werden mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils 1/6 gefangen. Die anderen 40 sind groß und bleiben mit Wahrscheinlichkeit 3/4 im Netz hängen.

a) Wie hätten Markov, Chebyshev und Chernoff die Wahrscheinlichkeit abgeschätzt, dass die Spinne nicht verhungert?

b) Welche der Ungleichungen von Aufgabe a) sind gültig, wenn wir wissen, dass die Spinne lediglich *erwarten* kann, 10 kleine und 30 große Fliegen pro Stunde zu fangen, aber keine weiteren Informationen besitzt?

Aufgabe 2

Wir starten mit einem Euro Kapital und spielen folgendes Spiel mit einer fairen Münze: Wir setzen jedes Mal die Hälfte unseres Kapitals und werfen die Münze. Fällt Kopf, verlieren wir den Einsatz. Fällt Zahl, erhalten wir unseren Einsatz zurück und zusätzlich 4/3 des Einsatzes als Gewinn.

a) Welchen Gewinn erwarten wir?

b) Was passiert mit unserem Kapital wenn wir sehr lange spielen? (Hinweis: Verwenden Sie das Gesetz der großen Zahlen aus der Vorlesung.)

c) Interpretieren Sie die Ergebnisse! Sollte man das Spiel spielen oder nicht?

Aufgabe 3

Wir haben in der Vorlesung festgestellt, dass die Poisson-Verteilung ein Grenzwert der Bernoulli-Verteilung ist. Beweisen Sie, dass die in der Vorlesung vorgestellte Chernoff-Schranke (wie wir intuitiv vermuten können) auch für Poisson-verteilte Zufallsvarablen gilt.

Aufgabe 4

Auf einem Blatt Papier sind im Abstand von 4cm horizontale Linien aufgemalt. Wir werfen eine Münze mit einem Radius von 1cm auf diese Blatt Papier. Dabei treffen wir immer das Papier und werfen nicht daneben.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit berührt die Münze eine Linie?

b) Wir werfen nun eine 2cm lange Nadel anstatt der Münze. Mit welcher Wahrscheinlichkeit berührt diese die Linie? (Hinweis: Nehmen Sie an, dass Winkel und Ort der Nadel unabhängig sind)