Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

SS 2004
Übungsblatt 7
4. Juni 2004

Diskrete Strukturen II

Aufgabe 1

Nach der Klausur sollten Sie sich einen kleinen Kuchen gönnen. Und zwar einen von oben gesehen kreisförmigen mit 24cm Durchmesser. Zu dumm nur, dass ein kugelförmiger Kirschkern mit einem Durchmesser von 1cm in den Kuchen geraten ist. Wenn der Kuchen wie üblich in 12 gleich große keilförmige Teile geschnitten wird, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass Sie dabei nicht den Kirschkern treffen?

Aufgabe 2

Eigentlich ist ein Münzwurf deterministisch: Der Mathematiker Joe Keller hat 1986 in der Zeitschrift *American Mathematical Monthly*[1] darüber berichtet, dass, wenn eine Münze mit dem Kopf nach oben geworfen wird, sie genau dann wieder mit Kopf nach oben landet, wenn

$$\left(2n - \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2} \cdot \frac{g}{v} < \omega < \left(2n + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2} \cdot \frac{g}{v} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

wobei v die vertikale Wurfgeschwindigkeit, g die allgemeine Gravitationskonstante (9.81 m/s^2) und ω die Drehgeschwindigkeit der Münze um eine horizontale Achse sei.
Wenn wir eine Münze mit zufälliger vertikaler Wurfgeschwindigkeit und Drehgeschwindigkeit werfen - wobei zu anfangs Kopf nach oben zeigt - wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass sie wieder mit Kopf nach oben landet?

Aufgabe 3

Wir wählen mit Wahrscheinlichkeit $\Pr[k] = 2^{-(k+1)}$ eine ganze Zahl $k \geq 0$. Dann würfeln wir k mal und addieren die Ergebnisse der einzelnen Würfe. Welche Summe erwarten wir bei welcher Varianz?

Aufgabe 4

Peter und Paul spielen ein Spiel, bei dem jeder von ihnen mit Wahrscheinlichkeit 1/2 gewinnt. In jeder Runde setzt jeder von ihnen € 10 ein (der Gewinner erhält dann € 20). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Peter € 100 Gewinn gemacht hat, bevor er € 50 Verlust macht? Wenn Peter erst mal seinen Gewinn hat, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass er insgesamt auf € 50 Verlust kommt?

[1] J. B. Keller. *The probability of heads.* American Mathematical Monthly 93, 191-197, 1986