Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

SS 2004
Übungsblatt 9
18. Juni 2004

Diskrete Strukturen II

Aufgabe 1

Seien $\{X_1, \ldots, X_n\}$ unabhängige mit Parameter 1 exponentialverteilte Zufallsvariablen. Zeigen Sie, dass

$$\Pr\left[\max_{1\leq i\leq n} X_i \leq \log n + x\right] = \left(1 - \frac{e^{-x}}{n}\right)^n .$$

Was passiert für $n \to \infty$?
(Hinweis: Überlegen Sie sich: Was muss für *jedes* X_i gelten, damit die geforderte Bedingung für das Maximum erfüllt ist?)

Aufgabe 2

Seien X und Y kontinuierliche positivwertige Zufallsvariablen. Drücken Sie die Dichtefunktion $f_Z = f_{X/Y}$ von X/Y durch die Dichtefunktionen f_X und f_Y von X und Y aus.
(Hinweis: Betrachten Sie zunächst die Verteilungsfunktion von Z durch Bildung eines Integrals über $\{(x, y) \mid y \geq x/z\}$.)

Aufgabe 3

Ein Krankenhaus steht in einer Strasse der Länge $\ell < 1$ am Punkt $a \in [0, \ell]$.

a) Wenn alle Notfälle gleichverteilt an einem Punkt in $[0, \ell]$ vorkommen, wo soll das Krankenhaus stehen, damit die erwartete Fahrzeit des Rettungsdienstes minimal ist?

b) Sei nun $\ell = \infty$ und die Notfälle vom Punkt 0 an exponentialverteilt mit Parameter λ. Wo sollte das Krankenhaus jetzt idealerweise stehen?

Aufgabe 4

Seien A, B und C gleichverteilt über $[0, 1]$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Lösungen der Gleichung $Ax^2 + Bx + C = 0$ reellwertig sind?
(Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Dichtefunktion von $A \cdot C$ und verwenden Sie für die sich anschließende Rechnung $\int x^2 \ln x \, \mathrm{d}x = \frac{x^3 \ln x}{3} - \frac{x^3}{9}$.)