Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/Dr. Sven Kosub
Stefan Eckhardt

Sommersemester 2005
Übungsblatt 10
30.Juni 2005

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

Abgabetermin: 12.07.2005 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Geben Sie ein Lineares Programm an, bei dem Menge der zulässigen Lösungen unbeschränkt ist und der optimale Zielwert endlich ist.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Geben Sie eine LP-Formulierung des Problems MinCostMaxFlow in Standardform an.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Gegeben sei das folgende Lineare Programm LP_1:

$$\begin{array}{lrl}
\text{Maximiere} & x_1 + x_3 & \\
 & & \\
\text{bzgl.} & -x_1 + x_2 \leq & -1 \\
 & -2x_1 - 2x_2 \leq & -6 \\
 & -x_1 + 4x_2 \leq & 2 \\
 & x_1, x_2 \geq & 0
\end{array}$$

a) Zeichnen Sie in ein geeignetes (x_1, x_2)-Koordinatensystem die Bedinungen aus LP_1 ein und leiten Sie geometrisch eine Lösung von LP_1 ab.

b) Lösen Sie das LP_1 mit Hilfe des Simplex-Algorithmus.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Sei $G = (V, E)$ ein ungewichteter, ungewichteter, bipartiter und einfacher Graph. Das Problem MaximumMatching(G) besteht darin, ein Matching $M \subseteq E$ mit maximaler Kardinalität $\|M\|$ zu finden. Das Problem MinimumVertexCover(G) besteht darin, eine Teilmenge $C \subseteq V$ mit möglichst kleiner Kardinalität $\|C\|$ zu finden, so dass $C \cap e \neq \emptyset$ für alle $e \in E$ gilt.

a) Zeigen Sie, dass das folgende LP_1 eine ganzzahlige optimale Lösung besitzt, von der man die Lösung des zugehörigen MaximumMatching Problems ablesen kann.

$$\begin{array}{lrl}
\text{Maximiere} & \sum_{e \in E} x_e & \\
 & & \\
\text{bzgl.} & \displaystyle\sum_{e \cap \{v\} \neq \emptyset} x_e \leq & 1 \text{ für alle } v \in V \\
 & & \\
 & x_e \geq & 0 \text{ für alle } e \in E
\end{array}$$

b) Geben Sie das duale Programm LP_2 zu LP_1 an und zeigen Sie, dass LP_2 immer eine ganzzahlige optimale Lösung besitzt, von der man die Lösung des zugehörigen MinimumVertexCover Problems ablesen kann.

c) Verwenden Sie die Ergebnisse aus den Teilaufgaben *a*) und *b*), um zu zeigen, dass gilt:

$$\max_{M \text{ ist ein Matching}} \|M\| = \min_{C \text{ ist ein Vertex Cover}} \|C\|$$