Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/Dr. Sven Kosub
Stefan Eckhardt

Sommersemester 2005
Übungsblatt 3
29. April 2005

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 10.05.2005 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sei $T = (V, E)$ ein Baum. Für $u, v \in V$ bezeichne $d_T(u, v)$ die Distanz zwischen u und v in T. Für $v \in V$ ist

$$\mathrm{ecc}(v) =_{\mathrm{def}} \max_{u \in V} d_T(v, u)$$

die *Zentralität* des Knoten v. Ein Knoten v mit $\mathrm{ecc}(v) = \min_{u \in T} \mathrm{ecc}(u)$ heißt *Zentrum* von T.

(a) Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus an, um das Zentrum eines Baumes zu berechnen.

(b) Ist das Zentrum eines Baumes eindeutig? Falls nicht, wieviele Zentren kann ein Baum haben?

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Sei $G = (V, E)$ ein einfacher, ungerichteter, gewichteter Graph mit injektiver Gewichtsfunktion $w : E \to \mathbb{Z}$ (d.h. alle Kanten haben unterschiedliche Gewichte). Zeigen Sie, dass unter dieser Bedingung der minimale Spannbaum von G eindeutig ist.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Sei $G = (V, E)$ ein einfacher, gerichteter, gewichteter, azyklischer Graph mit Gewichtsfunktion $w : E \to \mathbb{Z}$. Geben Sie einen effizienten Algorithmus zur Berechnung des längsten gerichteten Pfades zwischen einem Startknoten s und einem Zielknoten t an. Spezifizieren Sie dazu die Graphrepräsentation und alle Datenstrukturen, die Sie verwenden, und analysieren Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus.