Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/Dr. Sven Kosub
Stefan Eckhardt

Sommersemester 2005
Übungsblatt 5
27. Mai 2005

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

Abgabetermin: 31.05.2005 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sei $G = (V, E, w)$ ein ungerichteter, einfacher Graph mit paarweise cerschiedenen Kantengewichten. Der minimale Spannbaum von G werde mit $\mathrm{MST}(G)$ bezeichnet.

Definition: Eine Teilmenge $C \subseteq V$ heißt *kontrahierbar*, falls $\mathrm{MST}(G) \cap G[C]$ zusammenhängend ist.

Definition: Eine Teilmenge $C \subseteq V$ heißt *stark kontrahierbar*, falls für alle Paare von Kanten $e, f \in E(G)$ mit $\|e \cap C\| = 1$ und $\|f \cap C\| = 1$ mindestens ein Pfad $\mathcal{P}$ in $G[C]$ existiert, der e und f verbindet, so dass für alle Kanten h auf diesem Pfad gilt $w(h) \leq \min\{w(e), w(f)\}$.

Zeigen Sie an einem Beispiel, dass Kontrahierbarkeit nicht starke Kontrahierbarkeit impliziert, d.h. es gibt G und C, so dass C kontrahierbar aber nicht stark kontrahierbar ist.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass man den QuickSelect-Median-Algorithmus mit Hilfe von SoftHeaps so implementieren kann, dass er lineare Laufzeit hat.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Betrachten Sie folgendes Problem:

Problem:	Contraction(G, X)
Eingabe:	Zusammenhängende Graphen $G = (V, E)$ und $X = (V', E')$.
Aufgabe:	Gibt es eine Graphenfolge $(G_0, G_1, \ldots, G_k)$ mit $G_0 = G$ und $G_k = X$ und für alle $0 \leq i \leq k-1$ entsteht G_{i+1} aus G_i durch Kontraktion einer Kante $e \in E(G_i)$

Zeigen Sie, dass das Problem Contraction NP-vollständig ist. (*Hinweis:* Verwenden Sie dazu das bekannte NP-vollständige Problem IndependentSet.)