Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/Dr. Sven Kosub
Stefan Eckhardt

Sommersemester 2005
Übungsblatt 8
17. Juni 2005

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

Abgabetermin: 20.06.2005 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Geben Sie die asymptotische Laufzeit des Algorithmus von Ford und Fulkerson (in Abhängigkeit von n, m und k) für den Fall an, dass für eine Konstante $k \geq 0$ nur Flußnetzwerke als Eingabe auftreten, deren Kapazitätsfunktionen durch k nach oben beschränkt sind.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Ein Taxiunternehmen erhält n Aufträge von n unterschiedlichen Orten. Es stehen $m \geq n$ Taxis zu Verfügung, die an m Standpunkten stehen. Die Distanz zwischen dem Standpunkt von Taxi i und dem Ort j sei d_{ij}. Um einen Auftrag zu erfüllen, muss ein Taxi von seinem Standpunkt zum Auftragsort fahren. Geben Sie einen Algorithmus an, der n der Taxis so auswählt, dass die gesamte Distanz, die zurückgelegt werden muss, um die entstehenden Aufträge zu erfüllen, minimiert wird.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Verwenden Sie den Algorithmus von Ford und Fulkerson sowie das MaxFlow,MinCut-Theorem, um den Heiratssatz zu beweisen:

Heiratssatz von Hall (1935): *Sei $G = (V, E)$ ein bipartiter Graph, $V = X \cup Y$. Es gibt ein Matching $M \subseteq E$ mit $\|M\| = \|X\|$ genau dann wenn für alle $A \subseteq X$ gilt $\|A\| \leq \|N(A)\|$. (Hierbei ist $N(A) =_{\mathrm{def}} \{y \in Y | \text{es gibt } x \in A \text{ mit } \{x, y\} \in E\}$.)*