Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/Dr. Sven Kosub
Stefan Eckhardt

Sommersemester 2005
Übungsblatt 9
24. Juni 2005

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

Abgabetermin: 27.06.2005 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Es seien $N = (V, A, s, t, c)$ ein Netzwerk und f ein maximaler Fluss in N. Nun sei $N' = (V, A, s, t, c')$ das Netzwerk, das aus N entsteht, indem die Kapazität $c(e)$ einer Kante $e \in A$ um eins reduziert wird, d.h.

$$c'(f) = \begin{cases} c(f) - 1 & \text{falls } e = f \\ c(f) & \text{sonst} \end{cases}$$

Geben Sie einen Algorithmus an, der den maximalen Fluss f' in N' berechnet, indem er den Fluss f geeignet modifiziert.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Bei der Qualifikation für die Fussballweltmeisterschaft 1986 in Mexiko spielten England, Finnland, Nordirland, Rumänien und die Türkei zusammen in einer Gruppe. Am 1. Mai 1985 galt folgende Zwischentabelle:

Platz	**Mannschaft**	**Punkte**	**Tore**
1	**England**	**7:1**	**15:1**
2	**Nordirland**	**6:4**	**7:5**
3	**Finnland**	**4:4**	**4:8**
4	**Rumänien**	**3:3**	**6:4**
5	**Türkei**	**0:8**	**1:15**

Im weiteren Spielplan waren noch die folgenden Partien vorgesehen:

Datum	**Mannschaft 1**	**Mannschaft 2**
Mi 22.05.1985	**Finnland**	**England**
Do 06.06.1985	**Finnland**	**Rumänien**
Mi 28.08.1985	**Rumänien**	**Finnland**
Mi 11.09.1985	**Türkei**	**Nordirland**
Mi 11.09.1985	**England**	**Rumänien**
Mi 25.09.1985	**Finnland**	**Türkei**
Mi 16.10.1985	**England**	**Türkei**
Mi 16.10.1985	**Rumänien**	**Nordirland**
Mi 13.11.1985	**England**	**Nordirland**
Mi 13.11.1985	**Türkei**	**Rumänien**

Allgemein galt die 2-*Punkte-Regelung*, d.h. der Sieger einer Partie bekam zwei Punkte, der Verlierer keinen. Ging ein Spiel *unentschieden* aus, so erhielten beide Mannschaften einen Punkt. Es qualifizierten sich der Gruppenerste und der Gruppenzweite für die Weltmeisterschaften in Mexiko.

(a) Bestand am 21. Mai 1985 noch die Möglichkeit, dass sich die Mannschaft der Türkei für die WM qualifizieren würde? Wenn ja, geben Sie eine mögliche Folge von Spielergebnissen an, aus welcher die Türkei als Gruppensieger hervorgegangen wäre.

(b) Die nächsten drei Spiele gingen folgendermaßen aus: Finnland - England (1:1), Finnland - Rumänien (1:1) und Rumänien - Finnland (2:0). Geben Sie die Zwischentabelle am 7. Juni 1985 an. Wie waren jetzt die Chancen der Türkei noch Gruppenerster zu werden?

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Nun wird das Problem aus Aufgabe 2 verallgemeinert. Gegeben seien nun eine Menge M von Mannschaften, eine Tabelle T und ein Spielplan S. Das MEISTERSCHAFTSPROBLEM besteht darin, für eine Mannschaft $A \in M$ zu entscheiden, ob es eine Folge von Spielergebnissen für den Spielplan S unter der 2-Punkte-Regelung gibt, so dass die Mannschaft A am Ende *Meister* wird (Bemerkung: Falls zwei Mannschaften die gleiche Punktezahl haben, so entscheidet das bessere Torverhältniss). Geben Sie einen Algorithmus an, der das MEISTERSCHAFTSPROBLEM löst, indem er es in ein Flussproblem umwandelt.