Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Moritz Maaß und Hanjo Täubig

Sommersemester 2005
Übungsblatt 11
1. Juli 2005

Informatik IV

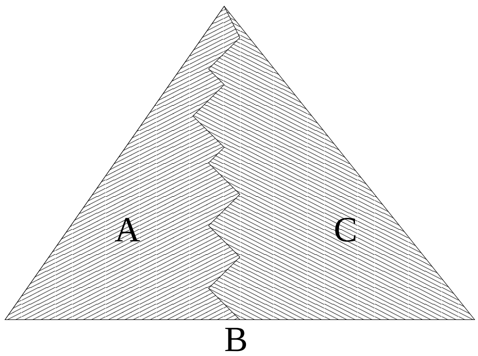
Abgabetermin: 08.07.2005 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass jeder vergleichsbasierte Sortieralgorithmus im Schnitt $\Omega(n \log n)$ Vergleiche machen muss.
Hinweis: Verwenden Sie Entscheidungsbäume.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Gelten folgende Eigenschaften für binäre Suchbäume? Beweisen oder widerlegen Sie.



(a) Wir nehmen an, daß ein Pfad von der Wurzel zu einem Blatt gegeben ist. Sei B die Menge aller Knoten, die auf diesem Pfad liegen, sei A die Menge aller Knoten, die links von dem Pfad liegen und sei C die Menge aller Knoten, die rechts von dem Pfad liegen. Gilt für alle $a \in A$, $b \in B$ und $c \in C$, dass $key(a) < key(b) < key(c)$

(b) Falls wir die Menge B so modifizieren, dass B nur noch aus dem Blatt am Ende des Pfades besteht, gilt die Eigenschaft hier?

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Angenommen, wir halten in einem AVL-Baum eine Referenz auf den linkesten inneren Knoten. Dann kann die Operation „Finde minimalen Schlüssel“ in konstanter Zeit ausgeführt werden. Zeigen Sie, dass sich so eine Referenz in einem AVL-Baum ohne (asymptotischen) Mehraufwand, also mit konstantem Aufwand pro Schritt, aktuell halten lässt. Gehen Sie dabei davon aus, dass keine gleichen Schlüssel eingefügt werden.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass jeder Algorithmus, der auf der Basis von Schlüsselvergleichen einen binären Suchbaum für n Schlüssel aufbaut, eine Laufzeit von mindestens $\Omega(n \log n)$ hat.

Aufgabe 5 (10 Punkte)

Wieviele verschiedene geordnete Binärbäume mit n Knoten gibt es? Geben Sie eine möglichst genaue asymptotische Abschätzung an.