Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Moritz Maaß und Hanjo Täubig

Sommersemester 2005
Übungsblatt 2
22. April 2005

Informatik IV

Abgabetermin: 29.04.2005 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Gegeben sei die Grammatik

$$\begin{aligned} G \;:=\; & (\{S, T, A, B\}, \{a, b\}, \\ & \{S \to AS, S \to T, A \to aB, aBT \to Tab, aBT \to ab\}, S). \end{aligned}$$

1. Ordnen Sie die Grammatik in die Chomsky-Hierarchie ein und charakterisieren Sie die erzeugte Sprache.
2. Geben Sie eine Grammatik vom Typ 3 an, welche dieselbe Sprache wie G erzeugt.
3. Geben Sie einen (möglicherweise nichtdeterministischen) endlichen Automaten an, der dieselbe Sprache wie G erzeugt.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

In der Vorlesung wurden Chomsky-1-Grammatiken dadurch definiert, dass sie monoton sein müssen und die Produktionen $l \to r$ mit $l \neq S$ von der Form sein müssen:

$$l = \alpha A \beta, r = \alpha\gamma\beta, \text{ mit } \alpha, \beta \in (V \cup \Sigma)^*, A \in V, \gamma \in (V \cup \Sigma)^+ \,.$$

Zeigen Sie, dass monotone Phrasenstrukturgrammatiken, deren Produktionen $l \to r$ mit $l \neq S$ von der Form

$$l \in (V \cup \Sigma)^+ \setminus \Sigma^*, r \in (V \cup \Sigma)^+, |l| \leq |r|$$

sind, ebenfalls genau die Chomsky-1-Sprachen erzeugen.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

In der Vorlesung wurde mittels des folgenden Algorithmus die Menge der nullierbaren Nichtterminale einer Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ berechnet, bei der in allen Produktionen auf der linken Seite genau ein Nichtterminal steht:

$N := \{A \in V \mid (A \to \epsilon) \in P\}$
$N' := \emptyset$
while $N \neq N'$ **do**
  $N' := N$
  $N := N' \cup \{A \in V \mid \text{ es gibt ein } (A \to B) \in P \text{ mit } B \in N'^*\}$
end while

Beweisen Sie, dass der Algorithmus korrekt ist und terminiert.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Finden Sie reguläre Ausdrücke für die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$. Zeigen Sie, dass Ihre Ausdrücke alle Wörter der Sprache erzeugen und dass keine Wörter erzeugt werden können, die nicht zur Sprache gehören.

(a) Die Menge aller Zeichenketten, die höchstens ein Paar aufeinanderfolgender Nullen und höchstens ein Paar aufeinanderfolgender Einsen enthalten.

(b) Die Menge aller Zeichenketten, in denen kein Paar aufeinanderfolgender Nullen weiter rechts steht als ein beliebiges Paar von benachbarten Einsen.

(c) Die Menge der Strings, die nicht 101 als Substring enthalten.

(d) Die Menge aller Strings mit einer geraden Anzahl von Nullen und Einsen, so dass kein Präfix zwei Einsen mehr als Nullen oder zwei Nullen mehr als Einsen hat.

Aufgabe 5 (10 Punkte)

Erstellen Sie ein Java-Programm, welches für eine Chomsky-1-Grammatik G und ein Wort w das Wortproblem löst. Als Eingabe erhält das Programm einen Dateinamen und ein Wort. Die Datei enthält die Grammatik-Definition, und es ist zu überprüfen, ob das Wort in $L(G)$ ist.
Bei der Grammatik-Definition gehen wir davon aus, dass Nichtterminale nur aus $\{A, \ldots, Z\}$ und Terminale nur aus $\{a, \ldots, z\}$ sind (was natürlich eine Einschränkung der Allgemeinheit darstellt!). Die Datei enthält dann in der ersten Zeile ein Symbol, welches das Startsymbol ist, und in jeder weiteren Zeile eine Regel im Format "linke Seite", Leerzeichen, "Rechte Seite". Die Grammatik aus der Vorlesung mit den Regeln

$$S \to ab \text{ und } S \to aSb$$

würde also als

```
S
S ab
S aSb
```

gelesen.
Nennen Sie Ihr Java-Programm bitte "WP.java".