Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Moritz Maaß und Hanjo Täubig

Sommersemester 2005
Übungsblatt 4
27. Mai 2005

Informatik IV

Abgabetermin: 13.05.2005 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Bestimmen Sie für folgenden deterministischen endlichen Automaten A einen DFA A' mit minimaler Anzahl von Zuständen, der genau die gleiche Sprache akzeptiert.
Der Automat

$$A = (\{q_0, \ldots, q_7\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_7\})$$

ist durch folgende Zustandsüberführungsfunktion gegeben:

δ	a	b
q_0	q_1	q_3
q_1	q_5	q_4
q_2	q_1	q_5
q_3	q_3	q_3
q_4	q_5	q_4
q_5	q_0	q_7
q_6	q_2	q_7
q_7	q_7	q_4

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen über reguläre Ausdrücke:

1. $((rs)|r)^*r = r((sr)|r)^*$,
2. $r((rs)|s)^*r = rr^*s(rr^*s)^*r^*$,
3. $(r^*s^*)^* = (r|s)^*$,
4. $(r|s)^* = r^*|s^*$.

Dabei soll $r = s$ bedeuten, dass die von den regulären Ausdrücken r und s beschriebenen Sprachen identisch sind.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Beweisen Sie, dass die Sprache $L = \{a^i ba^i, i \in \mathbb{N}\}$ nicht regulär ist.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Wie in der Vorlesung schon gezeigt wurde, sind reguläre Ausdrücke (R_1 und R_2) abgeschlossen unter Konkatenation (R_1R_2), Vereinigung ($R_1 \cup R_2$), Rechtsquotient (R_1/R_2) bzw. ($R_1R_2^{-1}$), Kleene'scher Hülle $(R_1)^*$ und Komplement $\overline{R_1}$.
Zeigen Sie, dass reguläre Sprachen auch abgeschlossen sind unter

a) Schnittbildung ($R_1 \cap R_2$),

b) Linksquotient $(R_2^{-1}R_1)$,

c) Sprachspiegelung $\widehat{R_1}$.

Dabei ist der Linksquotient wie folgt definiert:

$$(R_2^{-1}R_1) = \{y \in \Sigma^* : (\exists x \in R_2)[xy \in R_1]\}$$

also die Menge aller Suffixe von Wörtern in R_1, so dass das zugehörige Präfix in R_2 ist.
Das zu einem Wort $w = a_1 \dots a_n$ gespiegelte Wort ist definiert als $\widehat{w} = a_n \dots a_1$.
Die zu R_1 gespiegelte Sprache $\widehat{R_1}$ ist nun definiert als

$$\widehat{R_1} = \{\widehat{w} : w \in R_1\}$$

also die Menge aller spiegelverkehrt gelesenen Wörter aus R_1.

Aufgabe 5 (10 Punkte)

Sei ein 2NFA die entsprechende Erweiterung eines deterministischen endlichen 2-Wege-Automaten zu einem nichtdeterministischen endlichen 2-Wege-Automaten, d.h. die Zustandsüberführungsfunktion $\delta(q_{\text{alt}}, a) = (q_{\text{neu}}, \{L|R\})$ wird zu einer Relation erweitert, die mehrere Möglichkeiten für Übergänge (also Paare aus neuem Zustand und Lesekopfbewegung) zulässt:

$$\delta : Q \times \Sigma \mapsto \mathcal{P}(Q \times \{L, R\})$$

Analog zu einem NFA soll ein 2NFA ein Wort genau dann akzeptieren, wenn zu diesem Wort mindestens eine Folge von Übergängen in einen akzeptierenden Zustand existiert.
Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:
Die Menge der Sprachen, die von 2DFAs akzeptiert werden, ist genau die Menge der Sprachen, die von 2NFAs akzeptiert werden.