Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Christian Scheideler
Stefan Eckhardt

Wintersemester 2005/06
Übungsblatt 1
24. Oktober 2005

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 28.10.2004 **vor** *der Zentralübung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Tragen Sie in die folgende Tabelle die maximale Eingabelänge ein, so dass ein Problem bei Laufzeit $T(n)$ in der angegeben Zeit t gelöst werden kann, wenn die Zeit für einen Rechenschritt eine Mikrosekunde beträgt (gehen Sie hierbei davon aus, dass ein Jahr 365 Tage hat)

$T(n) \ \backslash \ t$	$0,01$ Sek.	1 Sek.	1 Min.	1 Jahr	2 Jahre
$\log n$					
$\sqrt{n}$					
n					
$n \log n$					
n^2					
n^3					
2^n					
$n!$					

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass für $n \geq k$ die folgenden Schranken für den Binomialkoeffizienten gelten.

$$\left(\frac{n}{k}\right)^k \leq \binom{n}{k} \leq \left(\frac{en}{k}\right)^k$$

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen gelten (mit Begründung)?

1. $n^3 \log n = O(n^3)$
2. $\log^3 n = \Omega(n)$
3. $n^2 + 10^{100} n = \Theta(n^2)$
4. $n^2 + 2n = \frac{1}{2} n^2 + o(n^2)$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Sei die Relation $\approx$ auf der Menge der Funktionen $(\mathbb{N} \to \mathbb{N})$ wie folgt definiert:

$$f(n) \approx g(n) \text{ wenn } f(n) \in \Theta(g(n)) \text{ gilt.}$$

Zeigen Sie, dass $\approx$ eine Äquivalenzrelation ist (d.h. es handelt sich um eine reflexive, symmetrische und transitive Relation). Bemerkung: Damit ist gezeigt, dass die Äquivalenzklassen von $\approx$ aus den Funktionen bestehen, die die gleiche Wachstumsrate besitzen. In anderen Worten heißt dies, dass $f(n)$ und $g(n)$ genau dann die gleiche Wachstumsrate besitzen, wenn $f(n) \approx g(n)$.