Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Christian Scheideler
Stefan Eckhardt

Wintersemester 2005/06
Übungsblatt 10
4. Februar 2006

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 03.02.2006 **vor** *der Zentralübung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sei $d \in \mathbb{N}, d \geq 2$. Ein d-Heap ist definiert als ein vollständiger d-ärer Baum, der die heapbedingung erfüllt. Beschreiben Sie eine Implementierung von d-Heaps, welche die Insert-Operation in Zeit $O(\log_d n$, die FindMin-Operation konstanter dun die Delete-Operation in Zeit $O(d \cdot \log_d n$ ermöglicht.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass eine Implementierung von Dijkstra's Algorithmus unter Verwendung von d-Heaps Laufzeit $O(m \log_{2+\frac{m}{n}} n)$ hat. (*Hinweis* Sie können davon ausgehen, dass ein d-Heap mit n Elementen in Zeit $O(n)$ aufgebaut werden kann.)

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Sei $G = (V, E, w)$ ein gerichteter Graph mit Kantengewichten $0 < r(u, v) < 1$ für alle $(u, v) \in E$. Die Größe $r(u, v)$ bezeichne die Zuverlässigkeit des Links von u nach v. Man kann $r(u, v)$ als Wahrscheinlichkeit dafür interpretieren, dass der Link von u nach v nicht ausfällt. Die Zuverlässigkeiten der einzelnen Links sind unabhängig. Geben Sie einen effizienten Algorithmus an, um den zuverlässigsten Pfad zwischen zwei Knoten zu finden.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Modifizieren Sie den BellManFord-Algorithmus so, dass

- er True zurückgibt, falls der Eingabegraph keinen Kreis negativer Länge enthält, der von der Quelle s erreichbar ist.
- er $d[y] = -\infty$ für alle Knoten y setzt, für die auf einem Pfad von s nach y ein Kreis negativer Länge liegt.