Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/ Dr. Jens Ernst
Johannes Nowak

Wintersemester 2005/06
Übungsblatt 3
9. November 2005

Grundlegende Algorithmen

Abgabetermin: 16.11.2005 **nach** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Seien zwei stetige Funktionen $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$ gegeben. Beweisen Sie

a)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = c \quad \Rightarrow \quad f(n) = O(g(n))$$

mit $c \in \mathbb{R}_0^+$

b)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} > 0 \quad \Rightarrow \quad f(n) = \Omega(g(n))$$

Warum gelten die jeweiligen Umkehrungen nicht? Geben Sie jeweils ein Gegenbeispiel.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Gegeben sei folgende Variante von SelectionSort:

void sortiere (unsigned l,r)
if l=r **then**
  end
else
  suche minimalen Schlüssel k_s in der Folge $(k_l, k_{l+1}, \ldots, k_r)$
  verschiebe die Folge $(k_l, \ldots, k_s)$ zyklisch, d.h. mit $min = k_s$, setze $k_i = k_{i-1}$ für alle $i \in \{l+1, \ldots s\}$ und $k_l = min$.
  sortiere $(l+1, r)$
end if

Drücken Sie die Worst-Case-Komplexität des angegebenen Algorithmus mit Hilfe eines geeigneten Landau-Symbols aus. Vergleichen Sie die Worst-Case-Laufzeit dieser Variante mit der der in der Vorlesung vorgestellten Version von SelectionSort.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Entwickeln Sie einen möglichst effizienten Algorithmus, der alle Teilmengen einer Menge $\{1, 2, \ldots, n\}$ aussschreibt; jede Teilmenge muss genau einmal ausgeschrieben werden, und die Kardinalität von zwei nacheinanderfolgenden Teilmengen darf höchstens um 1 verschieden sein.

a) Geben Sie eine Beschreibung Ihres Algorithmus in Pseudocode.

b) Analysieren Sie die Komplexität Ihres Algorithmus.

c) Angenommen, ein Computer schafft 10^9 Operationen in einer Sekunde, welche maximale Eingabegröße schafft Ihr Algorithmus in einer Stunde?

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben seien jeweils zwei Funktionen $f(n)$ und $g(n)$. Sei $\Phi = \{O, o, \Omega, \omega, \Theta\}$ die Menge der uns bekannte Landau-Symbole. Geben Sie jeweils mit Begründung an, für welche Elemente $\phi \in \Phi$ die Beziehung $f(n) = \phi(g(n))$ zutrifft.

a) $f(n) = n \log n$, $g(n) = n \ln n$

b) $f(n) = 3^n$, $g(n) = 2n^5 + n^2 - 9$

c) $f(n) = (e^{\log n})^{\log(n^k)}$, $g(n) = 2^n$, wobei $k \in \mathbb{N}$

d) $f(n) = \ln \ln n^2$, $g(n) = \sqrt{\log n}$