Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/ Dr. Jens Ernst
Johannes Nowak

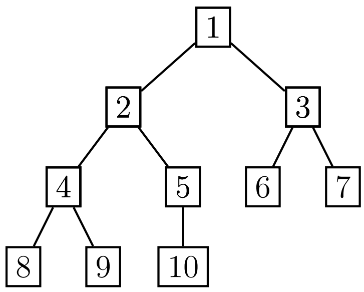
Wintersemester 2005/06
Übungsblatt 6
30. November 2005

Grundlegende Algorithmen

Abgabetermin: 07.12.2005 **nach** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Gegeben sei ein Heap, dessen Knoten (in der gewohnten graphischen Darstellung) levelweise von links nach rechts numeriert werden. Die Numerierung beginne mit 1 an der Wurzel. Beispiel:



Sei v ein beliebiger, mit i numerierter, interner Knoten. Zeigen Sie folgende Beziehungen:

a) Das linke Kind von v erhält die Nummer $2i$.

b) Das rechte Kind von v (falls vorhanden) erhält die Nummer $2i + 1$.

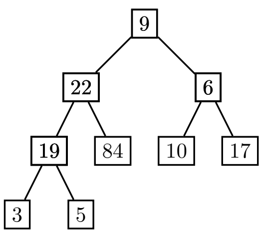
c) Der Vater von v (falls vorhanden) erhält die Nummer $\left\lfloor \frac{i}{2} \right\rfloor$.

d) Der level von v ist gleich der Länge der Binärdarstellung von i, also $\ell(i) = \lfloor \log i \rfloor + 1$.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Gegeben sei das Array $A = [9, 22, 6, 19, 84, 10, 17, 3, 5]$. Illustrieren Sie graphisch die folgenden, in der Vorlesung beschriebenen Operationen:

a) create_heap($A, 9$) ausgehend von dem gegebenen fast vollständigen Binärbaum. (Beachten Sie, dass sich hier die Knotenbeschriftung auf die in den Knoten gespeicherten Elemente bezieht und nicht auf die Nummerierung wie oben.)



b) Dreimaliges Anwenden von delete_min(h) auf den resultierenden Heap h

Geben Sie dabei auch alle Zwischenschritte an.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Gegeben sei ein Heap H, für den die Minimumsvariante der Heap-Bedingung erfüllt ist. Die in den Knoten von H gespeicherten Schlüssel seien ganze Zahlen ($\in \mathbb{Z}$) und, wie bei HeapSort in der Vorlesung, *linearisiert* in einem Array A gespeichert. Entwickeln Sie einen Algorithmus für die Operation `decrease_key`, die als Argument den zu einem Knoten v gehörigen Index in A sowie eine Zahl $d \in \mathbb{N}$ erhält und den Schlüssel von v um den Wert d verkleinert. Das Resultat soll wieder ein korrekter Heap (Minimumsvariante) sein.

Geben Sie eine möglichst gute obere Schranke für die Zeitkomplexität Ihres Algorithmus an.

Termin und Ort der Midterm-Klausur: 09.12.2005, 12 Uhr, HS 02

Bitte bringen Sie Ihren Studentenausweis und einen Lichtbildausweis mit.