Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/ Dr. Jens Ernst
Johannes Nowak

Wintersemester 2005/06
Weihnachtsblatt
29. Juni 2006

Grundlegende Algorithmen

Abgabetermin: 21.12.2005 **nach** *der Vorlesung*

Die Bearbeitung des Weihnachtsblatts ist freiwillig und wird nicht bewertet. Sie können Ihre Lösungen aber selbstverständlich zur Korrektur abgeben.

Aufgabe 1

Angenommen, wir halten in einem AVL-Baum eine Referenz (Pointer) auf den linkesten Knoten. Dann kann die Operation „Finde minimalen Schlüssel“ in konstanter Zeit ausgeführt werden. Zeigen Sie, dass sich so eine Referenz in einem AVL-Baum ohne (asymptotischen) Mehraufwand, also mit konstantem Aufwand pro Schritt (Dictionary-Operation), aktuell halten lässt. Gehen Sie dabei davon aus, dass keine gleichen Schlüssel eingefügt werden.

Aufgabe 2

Beweisen Sie dass ein AVL-Baum der Höhe h mindestens ϕ^h Knoten hat, mit $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Aufgabe 3

a) Fügen Sie in einen anfangs leeren AVL-Baum nacheinander die Schlüssel $\{3, 2, 1, 4, 5, 6, 7\}$ ein. Illustrieren Sie jeweils Ihr Vorgehen, insbesondere die erforderlichen Rotationen, graphisch.

b) Fügen Sie nun in den Baum aus Teilaufgabe a) nacheinander die Schlüssel $\{16, 15, 14, 13\}$ ein und illustrieren Sie Ihr Vorgehen wieder.

c) Löschen Sie nun erst den Schlüssel 4, dann den Schlüssel 5 aus dem Baum.

Aufgabe 4

Sei T ein binärer Suchbaum. Weiter seien zwei Schlüssel n_1 und n_2 mit $n_1 < n_2$ aus T gegeben. Entwerfen Sie einen effizienten Algorithmus, der alle Schlüssel k aus T mit $n_1 \leq k \leq n_2$ ausgibt. Welche Laufzeit hat Ihr Algorithmus?