Prof. Dr. Christian Scheideler
Technische Universität München

Garching, 18. November 2005

# Netzwerk-Algorithmen

WS 2005/06

## Übungsblatt 4

**Problem 11** (4 Punkte)**:**
Ziel dieses Problems ist es zu zeigen, dass NTO universell stabil ist. Wir beweisen dies durch vollständige Induktion. Betrachte einen beliebigen $(w, \lambda)$-beschränkten Gegner mit $\lambda = 1 - \epsilon$ für ein $\epsilon > 0$.

(a) Zeigen Sie als Induktionsanfang, dass ein Paket an seiner ersten Kante höchstens $w/\epsilon$-mal aufgehalten werden kann. Nehmen Sie an, das sei nicht der Fall, d.h. es gibt ein Paket $P$, das mehr als $w/\epsilon$-mal an seiner ersten Kante aufgehalten wird, und sei $e$ diese Kante. Sei $t$ der Zeitschritt, an dem $P$ zum $w/\epsilon+1$-ten mal an $e$ aufgehalten wird. Wir gehen rückwärts in der Zeit von $t$ bis wir einen Zeitpunkt $t'$ erreichen, an dem kein Paket an der Kante $e$ gewartet hat, dessen erste Kante $e$ ist. Betrachten Sie das Zeitintervall $I = [t' + 1, t]$ und argumentieren Sie, dass alle Pakete, die $e$ während $I$ durchlaufen haben, auch während $I$ injiziert worden sind. Verwenden Sie diese Tatsache um zu zeigen, dass $\lambda(|I|+w) \geq |I|$ ist, was zu einem Widerspruch unserer Annahme führt. Also braucht jedes Paket höchstens $(w + 1)/\epsilon$ Zeit, um die erste Kante zu durchlaufen. (2 Punkte)

(b) Angenommen, Sie haben bereits gezeigt, dass jedes Paket für das Durchlaufen von $d$ Kanten höchstens

$$\sum_{i=1}^{d} \frac{w+1}{\epsilon^i}$$

Zeit benötigt. Nehmen Sie dann an, es gäbe ein Paket, das mindestens $(w + 1)/\epsilon^{d+1}$-mal an seiner $(d + 1)$-ten Kante aufgehalten wird. Zeigen Sie mit ähnlichen Argumenten wie in (a), dass dann für ein gewisses Zeitintervall $I$ gelten muss, dass

$$\lambda \left( \sum_{i=1}^{d} \frac{w+1}{\epsilon^i} + |I| + w \right) \geq |I|$$

Leiten Sie daraus einen Widerspruch ab. (2 Punkte)

Also kann dieselbe worst-case Zeitschranke für NTO wie für SIS gezeigt werden.

**Problem 12** (3 Punkte)**:**
Zeigen Sie, dass es für $\lambda \geq 0.76$ ein Netzwerk und einen Gegner gibt, so dass NTG instabil ist. (Hinweis: verwenden Sie dieselbe Strategie wie für FIFO.)

**Problem 13** (3 Punkte)**:**
Schreiben Sie ein Programm in der Subjects-Umgebung, das bei Eingabe $d$ einen $d$-dimensionalen Hypercube generiert.