Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Hanjo Täubig

Sommersemester 2006
Übungsblatt 2
5. Mai 2006

Informatik IV

Abgabetermin: 12.05.2006 (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1 (10 Punkte)

In der Vorlesung wurden Chomsky-1-Grammatiken dadurch definiert, dass sie monoton sein müssen und die Produktionen $l \to r$ mit $l \neq S$ von folgender Form sein müssen:

$$l = \alpha A \beta, r = \alpha\gamma\beta, \text{ mit } \alpha, \beta \in (V \cup \Sigma)^*, A \in V, \gamma \in (V \cup \Sigma)^+ .$$

Zeigen Sie, dass monotone Phrasenstrukturgrammatiken, deren Produktionen $l \to r$ mit $l \neq S$ von der Form

$$l, r \in (V \cup \Sigma)^+$$

sind, ebenfalls genau die Chomsky-1-Sprachen erzeugen.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Gegeben sind folgende Grammatiken:

$$G_1 := (\{S\},\ \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{+}, \mathtt{(}, \mathtt{)}\},\ \{S \to \mathtt{a},\ S \to \mathtt{b},\ S \to S\mathtt{+}S,\ S \to \mathtt{(}S\mathtt{)}\},\ S),$$

$$G_2 := (\{S\},\ \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{+}, \mathtt{(}, \mathtt{)}\},\ \{S \to \mathtt{a},\ S \to \mathtt{b},\ S \to \mathtt{a+}S,\ S \to \mathtt{b+}S,\ S \to \mathtt{(}S\mathtt{)}\},\ S).$$

(a) Ordnen Sie die Grammatiken in die Chomsky-Hierarchie ein.

(b) Sind die Grammatiken eindeutig oder mehrdeutig?

(c) Geben Sie jeweils einen Ableitungsbaum für das Wort `a+(b+a)` an.

(d) Gilt $L(G_1) = L(G_2)$?

(e) Zeigen Sie ferner:

  (i) Für alle $w_1, w_2 \in L(G_1)$ ist auch $\mathtt{(}w_1\mathtt{+}w_2\mathtt{)} \in L(G_1)$.

  (ii) Jedes $w \in L(G_1)$ enthält gleich viele `(`'s wie `)`'s.

(f) Gelten diese beiden Aussagen auch für G_2?

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Geben Sie jeweils einen deterministischen endlichen Automaten (als Graph und Übergangsrelation) an, der über dem Bit-Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ folgende Sprache akzeptiert:

(a) Die Menge aller Wörter, die das Teilwort 1110 enthalten.

(b) Die Menge aller Wörter, bei denen die Anzahl der Einsen durch 3 teilbar ist.

(c) Die Menge aller Wörter, die mit 10 beginnen und auf 01 enden.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Betrachten Sie die Sprache L über dem Alphabet $\{0, 1\}$, die durch den regulären Ausdruck

$$1(0|1)^*1 \mid 0(1|0)^*0$$

gegeben ist.

(a) Konstruieren Sie einen nichtdeterministischen Automaten, der L akzeptiert.

(b) Konstruieren Sie einen entsprechenden deterministischen Automaten.
Geben Sie diesen DEA als Zustandsübergangstabelle und als Graph an.