Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Hanjo Täubig

Sommersemester 2006
Übungsblatt 3
12. Mai 2006

Informatik IV

Abgabetermin: 19.05.2006 (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Wie in der Vorlesung schon gezeigt wurde, sind reguläre Ausdrücke (R_1 und R_2) abgeschlossen unter Konkatenation (R_1R_2), Vereinigung ($R_1 \cup R_2$), Kleene'scher Hülle (R_1^*) und Komplement ($\overline{R_1}$).

a) Zeigen Sie ohne Verwendung der de Morgan-Regel, dass reguläre Sprachen auch abgeschlossen sind unter Schnittbildung ($R_1 \cap R_2$) (d.h. durch Konstruktion eines entsprechenden Automaten).

b) Der Linksquotient ist definiert als die Menge aller Suffixe von Wörtern in R_1, so dass das zugehörige Präfix in R_2 ist:

$$(R_2^{-1}R_1) = \{y \in \Sigma^* : (\exists x \in R_2)[xy \in R_1]\}$$

Zeigen Sie, dass reguläre Sprachen unter Bildung des Linksquotienten ($R_2^{-1}R_1$) abgeschlossen sind.

c) Das zu einem Wort $w = a_1 \ldots a_n$ gespiegelte Wort ist definiert als $\widehat{w} = a_n \ldots a_1$.

Die zu R_1 gespiegelte Sprache $\widehat{R_1}$ ist nun definiert als die Menge aller spiegelverkehrt gelesenen Wörter aus R_1:

$$\widehat{R_1} = \{\widehat{w} : w \in R_1\}$$

Zeigen Sie, dass reguläre Sprachen unter Sprachspiegelung $\widehat{R_1}$ abgeschlossen sind.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Geben Sie ein Beispiel für eine Familie von regulären Sprachen L_k an, die jeweils von nichtdeterministischen Automaten mit k Zuständen akzeptiert werden, deren kleinste äquivalente deterministische Automaten jedoch $\Omega(2^k)$ (also mindestens exponentiell viele) Zustände haben.
Beweisen Sie Ihre Behauptung!

Aufgabe 3 (10 Punkte)

(a) Geben Sie für folgende Sprachen jeweils einen regulären Ausdruck an:

(i) die Binärdarstellungen aller durch 3 teilbaren Zahlen,

(ii) die Menge aller Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$, die mit einer Eins beginnen und keine zwei aufeinanderfolgenden Nullen enthalten,

(iii) die Menge aller Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, die mit `ab` beginnen und auf `ba` enden, aber ungleich dem Wort `abba` sind.

(b) (i) Konstruieren Sie für den regulären Ausdruck $1(0 + 1)^* + 0$ mit dem Standardverfahren aus der Vorlesung einen entsprechenden nichtdeterministischen Automaten mit ϵ-Übergängen.

(ii) Wandeln Sie den Automaten in einen Automaten ohne ϵ-Übergänge um.

(iii) Geben Sie einen äquivalenten deterministischen Automaten an!

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind:

(a) $L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* : w = a^i b^k c^{i+k}, \quad i, k \geq 1\}$,

(b) L_2 = Menge der Palindrome gerader Länge über dem Alphabet $\Sigma_2 = \{a, b\}$, also alle Wörter ww^R mit $w \in \{a, b\}^*$, wobei w^R das zu w rückwärts gelesene Wort darstellen soll.