Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Matthias Baumgart

Wintersemester 2006/2007
Übungsblatt 12
19. Januar 2007

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 26.01.2007 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sei $d \in \mathbb{N}$, $d \geq 2$. Ein *d-Heap* ist definiert als ein vollständiger d-ärer Baum, der die Heapbedingung erfüllt. Beschreiben Sie eine Implementierung von d-Heaps, die die INSERT-Operation in Zeit $O(\log_d n)$, die FINDMIN-Operation in konstanter und die DELETE-Operation in Zeit $O(d \cdot \log_d n)$ ermöglicht.

Hinweis: In einem vollständigen d-ären Baum hat jeder Knoten (mit höchstens einer Ausnahme) genau d Kinder, wobei die Knoten Ebene für Ebene von links nach rechts eingefügt werden. D.h. nur der innere Knoten, an dem zuletzt Kinder angefügt werden, darf weniger als d Kinder besitzen.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass eine Implementierung von Dijkstra's Algorithmus unter Verwendung von d-Heaps (vgl. Aufgabe 1) Laufzeit $O(m \log_{2+\frac{m}{n}} n)$ hat (für geeignet gewähltes d).

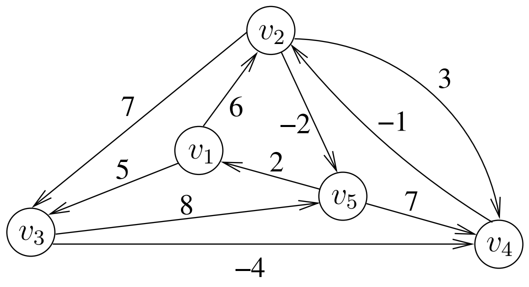
Hinweis: Sie können voraussetzen, dass ein n-elementiger d-Heap in Zeit $O(n)$ aufgebaut werden kann.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Sei $G = (V, E)$ ein einfacher, gerichteter, gewichteter azyklischer Graph. Geben Sie einen effizienten Algorithmus zur Berechnung eines längsten gerichteten Pfades zwischen einem Startknoten s und einem Zielknoten t an. Analysieren Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Führen Sie auf folgendem Graphen den all-pairs-shortest-path Algorithmus von Floyd aus.



Geben Sie den Inhalt der Entfernungsmatrix nach jedem Durchlauf der äußeren Schleife des Algorithmus an.