Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Matthias Baumgart

Wintersemester 2006/2007
Übungsblatt 4
10. November 2006

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 17.11.2006 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Wir betrachten das Einfügen der Schlüssel $10, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 88, 59$ in eine Hashtabelle der Länge $n = 11$ unter Verwendung der Hashfunktion $h(k) = k \bmod n$. Veranschaulichen Sie das Ergebnis nach dem Einfügen der einzelnen Schlüssel mit

(a) Linearem Sondieren

(b) Double Hashing mit $h'(k) = 1 + (k \bmod (n-1))$.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Es sei $U = \{0, 1, \ldots, n-1\}$ für eine Primzahl n. Wir definieren $\mathcal{H} = \{h_\alpha \colon \alpha \in U^{r+1}\}$, wobei

$$h_\alpha(x) = \sum_{i=0}^{r} \alpha_i x^i \bmod n \qquad \text{für } x \in U\ .$$

Zeigen Sie, dass $\mathcal{H}$ universell ist.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Die Werte $\{\text{blau}, \text{rot}, \text{gelb}, \text{schwarz}, \text{weiß}\}$ sollen in einer Hashtabelle der Größe 4 untergebracht werden. Es seien folgende Hashfunktionen gegeben:

f_1:	blau $\mapsto$ 1	rot $\mapsto$ 1	gelb $\mapsto$ 3	schwarz $\mapsto$ 3	weiß $\mapsto$ 4
f_2:	blau $\mapsto$ 2	rot $\mapsto$ 3	gelb $\mapsto$ 2	schwarz $\mapsto$ 4	weiß $\mapsto$ 4
f_3:	blau $\mapsto$ 1	rot $\mapsto$ 3	gelb $\mapsto$ 3	schwarz $\mapsto$ 1	weiß $\mapsto$ 2
f_4:	blau $\mapsto$ 1	rot $\mapsto$ 4	gelb $\mapsto$ 2	schwarz $\mapsto$ 4	weiß $\mapsto$ 2
f_5:	blau $\mapsto$ 2	rot $\mapsto$ 1	gelb $\mapsto$ 2	schwarz $\mapsto$ 2	weiß $\mapsto$ 4
f_6:	blau $\mapsto$ 3	rot $\mapsto$ 1	gelb $\mapsto$ 1	schwarz $\mapsto$ 4	weiß $\mapsto$ 3
f_7:	blau $\mapsto$ 2	rot $\mapsto$ 2	gelb $\mapsto$ 1	schwarz $\mapsto$ 4	weiß $\mapsto$ 4

Geben Sie für die Familie von Hashfunktionen

$$\mathcal{H}_1 = \{f_1, f_2, f_3, f_4\},\ \mathcal{H}_2 = \{f_4, f_5, f_6, f_7\} \quad \text{und} \quad \mathcal{H}_3 = \{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7\}$$

jeweils an, ob sie universell ist. Begründen Sie Ihre Aussagen.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Die Pfadlänge P_n eines Binomialbaums B_n sei definiert als die Summe der Level aller seiner Knoten. Leiten Sie eine geschlossene Formel für P_n in Abhängigkeit von n her.