Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Christian Scheideler
Jonas Pfoh

Wintersemester 2007/2008
Übungsblatt 4
16. November 2007

Randomisierte Algorithmen

Abgabetermin: 23.11.2007 (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1

Lemma 3.8 (Kapital 3, Seite 8):
Für Konsistentes Hashing gilt, dass der Bereich im [0,1)-Intervall, für den Knoten $v \in V$ ($|V| = n$) im System verantwortlich ist, hat eine erwartete Grösse von $\frac{1}{n}$.

Geben Sie einen formalen Beweis für das Lemma an.

Aufgabe 2

Für **Konsistentes Hashing** (Kapital 3, Seiten 7-9) gilt das Folgende:

a. Für $k = 1$ (k ist die Anzahl der Hashfunktionen) gibt es erwartungsgemäss Knoten mit einem Bereich von $\Theta(\frac{1}{n^2})$ sowie einem Bereich von $\Theta(\frac{\log n}{n})$ im [0,1)-Intervall.

b. Für $k = \Theta(\log n)$ (k ist die Anzahl der Hashfunktionen) gilt, dass sich die Bereiche der Knoten mit hoher Wahrscheinlichket nur um einen konstanten Faktor unterscheiden.

Beweisen Sie beide Aussage.

Aufgabe 3

Lemma 3.13 (Kapital 3, Seite 11):
SHARE ist 2-kompetitiv.

Geben Sie einen formalen Beweis für das Lemma. Die Beschreibung des SHARE Algorithmus finden Sie im Kapital 3, Seiten 9-11. Die Definition von c-kompetitiv wird im Kapital 3, Seite 6 gegeben (unter dem Titel *Adaptivität*).