Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Christian Scheideler
Jonas Pfoh

Wintersemester 2007/2008
Übungsblatt 5
23. November 2007

Randomisierte Algorithmen

Abgabetermin: 30.11.2007 (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1

Formulieren Sie das kombinatorische Optimierungsproblem zu dem MAXIMUM INDEPENDENT SET Problem und begründen Sie die Korrektheit.

Instanz: Wir haben einen ungerichteten Graph $G = (V, E)$
Teilmenge $U \subseteq V$ heißt INDEPENDENT SET, wenn es keine Kante $\{v, w\} \in E$ gibt mit $v, w \in U$. Für das MAXIMUM INDEPENDENT SET Problem wollen wir $|U|$ maximeren.

Aufgabe 2

Formulieren Sie das kombinatorische Optimierungsproblem zu dem RUCKSACK PROBLEM und begründen Sie die Korrektheit.

Instanz: Wir haben eine Menge von n Objekten mit Gewichten $w_1, ..., w_n \in \mathbb{R}_+$ und Werten $v_1, ..., v_n \in \mathbb{R}_+$. Dazu haben wir auch noch eine Kapazität $W \in \mathbb{R}_+$. Wir wollen eine Teilmenge $U \subseteq \{1, ..., n\}$ finden, so dass $\sum_{i \in U} w_i \leq W$ und $\sum_{i \in U} v_i$ maximal ist.

Aufgabe 3

Betrachten Sie wieder das MAXSAT Problem (Kapitel 4.2 aus dem Skript).
Angenommen, Φ hat Klauseln der Länge $k \geq 2$.
Eine gültige Lösung für das zugehörige LP ist: $\forall_{i \in [1,n]} \hat{x}_i = \frac{1}{2}$ $(\sum_{i=1}^{m} \hat{z}_i = m)$.
Wende randomisiertes Runden an und:
a: Zeige: $Pr[C_j \text{ is erfühlt}] \geq 1 - \frac{1}{2^{k_j}}$
b: Leite davon die Approximationsgüte in Abhängigkeit von k ab.

Aufgabe 4

Betrachten Sie wieder das MAXSAT Problem (Kapitel 4.2 aus dem Skript).
Zeigen Sie, dass man mit einer Rundungswahrscheinlichkeit von $\Pi(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$ eine Approximationsgüte von $\frac{4}{3}$ erreichen würde.