Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Christian Scheideler
Jonas Pfoh

Wintersemester 2007/2008
Übungsblatt 6
07. Dezember 2007

Randomisierte Algorithmen

Abgabetermin: 14.12.2007 (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1

Lemma 5.12 aus dem Skript (Sampling Lemma):
Sei (G, f) ein abstraktes Optimierungsproblem vom LP-Typ mit $|G| = n$. Sei H eine Multimenge von G über d Variablen und $G \subseteq H$. Für jedes $1 \leq r < n$ gilt, dass die erwartete Größe von $V_R = \{h \in H | v^+_{G \cup R} \text{ verletzt } h\}$ für eine zufällige Multimenge R der Größe r aus H höchstens $d \cdot \frac{n-r}{r+1}$ ist.

Beweisen Sie dieses Lemma.

Aufgabe 2

Wo genau im Lemma 5.12 aus dem Skript (Sampling Lemma) und in der Konstruktion der Clarksons Algorithmen für LP-Typ-Probleme braucht man die Axiome Monotonie und Lokalität?

Aufgabe 3

Lemma 6.4 aus dem Skript (Lovász Local Lemma, Symmetrischer Fall):
Seien $A_1, ..., A_n$ Ereignisse in einem beliebigen Zufallsexperiment, und sei $G = (V, E)$ ein Abhängigkeitsgraph dieser Ereignisse. Falls $Pr[A_i] \leq p$ für alle $1 \leq i \leq n$, G maximalen Grad d hat und $e \cdot p(d + 1) \leq 1$ gilt, dann ist $Pr[\bigcap_{i=1}^{n} \bar{A}_i] > 0$.

Beweisen Sie dieses Lemma.