Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Christian Scheideler
Jonas Pfoh

Wintersemester 2007/2008
Übungsblatt 9
18. Januar 2008

# Randomisierte Algorithmen

*Abgabetermin: 25.01.2008 (vor der Vorlesung)*

## Aufgabe 1

**Satz 9.10** *Für alle deterministischen Online-Algorithmen (für das Paging-Problem) $A$ gilt, dass $A$ $c$-kompetitiv für $c \geq k$ ist.*

Beweisen Sie deisem Satz.

## Aufgabe 2

Gegeben sei das Ski-Problem mit Leihkosten 1 und Kaufkosten $B \in \mathbb{N}$, $2|B$. Für einen randomisierten Online-Algorithmus $A$ bezeichne $p_i$ die Wahrscheinlichkeit, dass am $i$-ten Tag die Ski gekauft werden. Zeigen Sie für das Ski-Ausleihe-Problem, dass für jeden $c$-kompetitiven randomisierten Online-Algorithmus $A$ gegen den blinden Gegner $c \geq \frac{6}{5}$ gilt.

Hinweis: Untersuchen Sie getrennt die Fälle $\sum_{i=1}^{\frac{B}{2}} p_i \geq \frac{1}{5}$ und $\sum_{i=1}^{\frac{B}{2}} p_i < \frac{1}{5}$. Geben Sie in jedem Fall eine Länge der Eingabe an, durch welche der kompetitive Faktor so hoch wie möglich wird.

## Aufgabe 3

Wir betrachten die Erweiterung SEVEN-DOWN des BIT-Algorithmus aus der Vorlesung:

> Sei $S = \{1, 3, 5\}$. Für jedes Listenelement $x$ wird ein Zustandswert $s(x) \in \{0, 1, ..., 6\}$ gehalten, der anfangs unabhängig und zufällig gemäß Gleichverteilung mit einem Wert aus $\{0, 1, ..., 6\}$ initialisiert wird. Bei jeder Anfrage an $x$ wird $s(x)$ um 1 gesenkt; $s_{neu}(x) = (s_{alt}(x) - 1) mod 7$. Gilt $s_{neu}(x) \in S$, so wird $x$ an den Kopf der Liste bewegt, andernfalls wird die Listenposition nicht geändert.

Zeigen Sie, dass SEVEN-DOWN $\frac{85}{49}$-kompetitiv gegen den blinden Gegner ist. Verwenden Sie hierbei die Ideen aus dem Beweis von BIT.