Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Matthias Baumgart

Sommersemester 2009
Aufgabenblatt 5
26. Mai 2009

Praktikum Diskrete Optimierung

Letzter Abgabetermin: Montag, den 08.06.2009, 14⁰⁰ Uhr

Aufgabe 1 (Maximum Matching in bipartiten Graphen)

Gegeben ist ein ungerichteter, bipartiter Graph $G = (V, E)$ mit $V = V_1 \cup V_2$, wobei $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ und alle Kanten einen Knoten aus V_1 mit einem aus V_2 verbinden. Implementieren Sie den Algorithmus von Hopcroft und Karp, der in Zeit $O(\sqrt{|V|} \cdot |E|)$ ein Matching maximaler Kardinalität berechnet.

Verwenden Sie die Darstellungsmöglichkeiten von GraphWin, um die Arbeitsweise des Algorithmus, d.h. jede einzelne simultane Breitensuche und anschließende Tiefensuche, anschaulich darzustellen. Zu jedem Zeitpunkt soll das vorläufige Matching am Bildschirm klar erkennbar sein. Auch die Invertierung augmentierender Pfade soll gut mitverfolgt werden können.

Zusätzlich soll vor jeder simultanen Breitensuche die obere Schranke

$$2 \cdot \left\lfloor \frac{|M|}{|M'| - |M|} \right\rfloor + 1$$

für die Länge eines kürzesten augmentierenden Pfades ausgegeben werden, wobei M das aktuelle Matching und M' ein beliebiges Matching maximaler Kardinalität ist. Da M' unbekannt ist, soll hier $|M'| = |V|/2$ eingesetzt werden.

Hinweise

Als Eingabe für Ihren Algorithmus können Sie die vier ungerichteten, bipartiten Graphen `bipartite1.gw` bis `bipartite4.gw` verwenden. Bei diesen Graphen hat das User-Label der Knoten in V_1 den Wert "1", das der Knoten in V_2 den Wert "2". Alle diese Graphen enthalten ein perfektes Matching, d.h. ein Matching mit $|V|/2$ Kanten.